

37^a Olimpiada Matemática Argentina
Certamen Regional
Primer Nivel

1. Ignacio y Martín juegan en un tablero de $n \times n$. Primero, Ignacio escribe los números enteros desde 1 hasta n^2 inclusive, o sea 1, 2, 3, ..., n^2 , uno en cada casilla y sin repeticiones. A continuación, Martín elige dos casillas vecinas, que compartan un lado o un vértice. Si la suma de los números escritos en esas dos casillas es un múltiplo de 4, gana Martín. Si no, gana Ignacio. Decidir si Ignacio puede escribir los números para que a Martín le resulte imposible ganar si

a) $n=4$

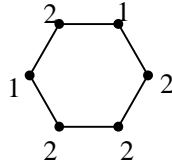
b) $n=6$.

2. En una clase el profesor entregó a cada alumno una tarjeta de color con un número escrito. Cada alumno debía averiguar cuántos de sus compañeros tenían una tarjeta de su mismo color y cuántos tenían el mismo número escrito. Luego tenía que escribir en el pizarrón los dos números hallados. Si cada uno de los números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 apareció al menos una vez escrito en el pizarrón, determinar la menor cantidad de alumnos que podía haber en la clase y para ese valor dar un ejemplo de los números anotados por cada alumno.

3. En el triángulo ABC , sean D un punto en AB , F un punto en AD y E un punto en AC tales que los triángulos BCD , CDE , DEF y FEA tienen áreas iguales. Si $AB=32$ y $AC=39$, determinar las longitudes de BD , DF , FA , CE y AE .

37ª Olimpiada Matemática Argentina
Certamen Regional
Segundo Nivel

1. Se tiene un polígono regular de n vértices. En cada vértice hay que escribir un 1 o un 2. Luego, se recorre el polígono en sentido horario y se anotan todos los números de tres dígitos que se forman con tres vértices vecinos. Por ejemplo, para $n=6$, en el hexágono de la figura los números que se obtienen son: 212, 122, 222, 221, 212, 121.



Decidir si es posible que al recorrer los vértices del polígono de esta manera se obtengan todos los números de tres cifras con dígitos 1 y 2 y, al mismo tiempo, que los números 111 y 222 aparezcan exactamente una vez, para

a) $n=8$.

b) $n=9$.

2. Sea N el número de 74 dígitos que se forma al escribir de manera consecutiva los números naturales entre 48 y 84 inclusive. Es decir, $N=4849505152\dots8081828384$. Determinar la cantidad de números $K=2^a \cdot 3^b$ con a y b enteros mayores o iguales a 0 tales que K divide a N .

3. Sea $ABCD$ un paralelogramo de lados AB , BC , CD , DA , tal que AB es mayor que BC y las bisectrices de los ángulos \widehat{BAD} y \widehat{ADC} se cortan en E . Si $AB=25$, $AE=9$ y $DE=12$, calcular el área del paralelogramo $ABCD$.

37^a Olimpiada Matemática Argentina
Certamen Regional
Tercer Nivel

1. Se consideran todos los enteros positivos de 5 dígitos, es decir los n tales que $10000 < n < 99999$, y a cada uno de ellos se le asigna un número con el siguiente procedimiento:
A cada número se le asigna la suma del cociente y el resto en la división por 100 de dicho número. Por ejemplo, al número 15306 se le asigna el número 159 pues $15306 = 100 \cdot 153 + 6$, de modo que el cociente es 153, el resto es 6 y $153 + 6 = 159$.
Determinar en cuántos casos el número asignado es divisible por 11.
2. Matías tiene 675 cubos de $1 \times 1 \times 1$ con los que construye, usándolos todos y uniendo algunas caras, un paralelepípedo recto. Determinar la menor cantidad de caras de 1×1 que puede tener la superficie de este paralelepípedo.
3. En el cuadrilátero $ABCD$, de lados AB, BC, CD, DA , se tiene que $\widehat{BAD} = \widehat{ADC} < 90^\circ$ y $\widehat{ABD} = \widehat{BCD}$. Si $AB=40, BD=50$ y $BC=30$, calcular la medida del lado CD .